

LYCEE MILITAIRE D'AUTUN

MPSI , ANNEE SCOLAIRE 2003-2004

CHAPITRE 3 : FONCTIONS USUELLES

COLLES : SUJETS

Sujet n°1

Les deux questions sont indépendantes .

- 1) Résoudre le système d'équations
$$\begin{cases} 2\ln x - 3\ln y = \ln 2 \\ x - y = 2 \end{cases} .$$
- 2) Etablir : $\forall x \in]0,1]$, $\arctan \frac{\sqrt{1-x^2}}{x} = \arccos x$.

Sujet n°2

Les deux questions sont indépendantes .

- 1)a) Tracer sur $[-1, +\infty[$ les courbes $x \mapsto 1 + \frac{1}{2}x$ et $x \mapsto \sqrt{1+x}$.
- b) Montrer : $\forall x \in [-1, +\infty[$, $0 \leq 1 + \frac{1}{2}x - \sqrt{1+x} \leq \frac{1}{2}x^2$.

En particulier , $1 + \frac{1}{2}x$ est une bonne approximation par excès de $\sqrt{1+x}$ lorsque x est proche de 0 .

- 2) Montrer la relation : $\forall x \in [-1,1]$, $\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$.

Sujet n°3

Les deux questions sont indépendantes .

- 1) Résoudre l'équation $7\operatorname{ch}x + 2\operatorname{sh}x = 9$.
- 2) Montrer : $\forall x \in]-1,1[$, $\arctan \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x$.

Sujet n°4

Les deux questions sont indépendantes .

- 1) Résoudre l'inéquation $\frac{\operatorname{ch}x - 2}{\operatorname{ch}x + 4} < \frac{\operatorname{ch}x - 3}{\operatorname{ch}x + 2}$.
- 2) Montrer la relation : $\forall x > 0$, $\arctan x + \arctan \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}$.